

## **disjoint\_increasing\_onto<sup>4,23</sup>**

$\forall m, n, k:\mathbb{N}, f:(\mathbb{N}_{<n} \rightarrow \mathbb{N}_{<m}), g:(\mathbb{N}_{<k} \rightarrow \mathbb{N}_{<m}).$   
increasing( $f;n$ )  
 $\Rightarrow$  increasing( $g;k$ )  
 $\Rightarrow (\forall i:\mathbb{N}_{<m}. (\exists j:\mathbb{N}_{<n}. i = f(j) \in \mathbb{Z}) \vee (\exists j:\mathbb{N}_{<k}. i = g(j) \in \mathbb{Z}))$   
 $\Rightarrow (\forall j_1:\mathbb{N}_{<n}, j_2:\mathbb{N}_{<k}. \neg f(j_1) = g(j_2) \in \mathbb{Z})$   
 $\Rightarrow m = n+k \in \mathbb{N}$